

WESTFÄLISCHE
WILHELMS-UNIVERSITÄT
MÜNSTER

Institut für Didaktik der Mathematik und Informatik

Fliednerstraße 21

48149 Münster

Bachelorarbeit

Zur Erlangung des akademischen Grades des
Bachelor of Education

Der Beitrag von Fermi-Aufgaben zur Selbstwirksamkeit

The contribution of Fermi-Problems to the self-efficacy

Prüfer:

Dr. Susanne Müller-Philipp / Dr. Hans-Joachim Gorski

Vorgelegt von:

Martin Sanetra

XXXXXX XXXXXX YY

48151 Münster

Matrikelnummer: ZZZZZZ

Abgabedatum:

20.07.2010

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	3
2. Fermi-Aufgaben	4
2.1 Definition	5
2.2 Aufgabentypen	7
2.3 Lerngegenstand	9
2.3.1 Kompetenzen	9
2.3.2 Zwischenfazit	12
3. Selbstwirksamkeit	13
3.1 Begriffsdefinition	14
3.2 Einordnung	15
3.3 Selbstwirksamkeit und Leistung	16
3.4 Entstehung von Selbstwirksamkeit	17
4. Transfer	19
4.1 Mathematische Selbstwirksamkeitserwartung	20
4.2 Kompetenzen in der Mathematik erleben	21
4.3 Beitrag der Fermi-Aufgaben zur Selbstwirksamkeit	23
5. Fazit	25
6. Literaturverzeichnis	26
7. Versicherung	30

1. Einleitung

Im Rahmen eines Studiums des Grundschullehramts an der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster, mit dem angestrebten Abschluss Bachelor of Education mit Ausrichtung auf schulische und außerschulische Bildungsarbeit mit Kindern und Jugendlichen, kurz BaKJ(G), muss jeder Student neben drei anderen Fächern auch im Bereich der Erziehungswissenschaften viele Veranstaltungen belegen.

Besonders dieser erziehungswissenschaftliche Anteil des Studiums, die Bereiche Soziologie und Psychologie umfassend, gibt mir und meinen Kommilitonen auch nach sieben Semestern des Studiums noch Anlass zur Kritik.

Bei ganzheitlicher Betrachtung des Studiengangs fällt die Isoliertheit vieler erziehungswissenschaftlicher Veranstaltungen auf, deren Gegenstand gar nicht übertragbar, geschweige denn anwendbar auf die sonstigen Inhalte des Studiums ist. Obwohl diese Veranstaltungen sicher fachtheoretisch wertvoll sind, steht die Frage nach dem Nutzen *im* und konkreten Bezug *zum* späteren Beruf im Raum.

Aus dieser Feststellung ergibt sich ein Anspruch an die Studenten des Studiengangs BaKJ(G), die Parallelen innerhalb des Studiums selbst zu suchen und eigenständig Verbindungen herzustellen.

In dem Seminar *Umgang mit großen Zahlen*, geleitet von Frau Dr. Susanne Müller-Philipp, bin ich zuerst mit dem Thema der Fermi-Aufgaben konfrontiert worden und war sogleich begeistert von den Chancen und Möglichkeiten dieses speziellen Aufgabentyps. Diese Begeisterung hat bis zum heutigen Tage nicht nachgelassen.

Als Monate später dann in dem Seminar *Resilienz fördern in der Schule*, geleitet von Eva Heidemann, ausgiebig über Selbstwirksamkeit referiert wurde, einem für mich damals gänzlich unbekanntem Begriff, fiel mir schnell auf: Die Selbstwirksamkeit ist ein zentraler Begriff im Fach Mathematik. Alle Ausführungen konnte ich mir selbst anhand von Beispielen aus der Mathematik erklären, ohne dass dieser Bereich in der Veranstaltung auch nur einmal angesprochen wurde. Es fand bei der Erläuterung der stärkenden Faktoren für Selbstwirksamkeit eine geistige Verknüpfung mit dem Wissen um die Wirkungsweisen und die Natur der Fermi-Aufgaben statt.

Dem zuvor formulierten Anspruch des eigenständigen Herstellens von Verbindungen innerhalb meines Studiums war ich somit unbeabsichtigt nachgekommen.

Die systematische, wissenschaftliche Aufarbeitung dieser interdisziplinären Verknüpfung ist der Gegenstand der vorliegenden Arbeit und führt als Ziel zu einer *Verbindung zwischen Fermi-Aufgaben und Selbstwirksamkeit*. Die vorliegende Arbeit ist daher so gegliedert, dass systematisch zuerst die Grundlagen aus den Bereichen *Fermi-Aufgaben* und *Selbstwirksamkeit* getrennt von einander betrachtet werden, um letztendlich im Kapitel *Transfer* miteinander verknüpft zu werden.

2. Fermi-Aufgaben

Als an einem Montagmorgen im Juli 1945 die erste Atombombe auf dieser Erde zu Testzwecken gezündet wurde, zeichneten viele ausgeklügelte Instrumente und Sensoren die messbaren Auswirkungen der Detonation auf. Ziel war es, im Nachhinein durch Auswertung der Messergebnisse eine exakte Berechnung der Sprengkraft vornehmen zu können. Der Physiker Enrico Fermi war damals vor Ort und lieferte eine vermeintliche Schätzung der Sprengkraft innerhalb von wenigen Minuten nach der Detonation. Wie sich später anhand der Messergebnisse herausstellte, war dieses spontan ermittelte Ergebnis beeindruckend exakt.

Wie war er vorgegangen? Fermi hatte beim Eintreffen der ersten Druckwelle an seinem Standort lediglich kleine Papierfetzen in die Luft geworfen, den Punkt ihrer Landung auf dem Boden beobachtet und daraus die ungefähre Sprengkraft bestimmt (Von Baeyer 1994, S. 10).

Enrico Fermi war ein Verfechter der Theorie, dass jeder vernünftig denkende Mensch zu jeder quantitativen Frage auch eine Antwort finden müsse. Dass er selbst Meister dieser Disziplin war, zeigt sein Vorgehen beim Atombombentest eindrucksvoll. Dass er diese Fähigkeit jedoch auch bei seinen Studenten voraussetzte und mit Fragen wie z.B. „Wie viele Klavierstimmer gibt es in Chicago?“ trainierte, macht ihn zum Vorreiter einer ganzen Aufgabenkategorie der Mathematik: Den später nach ihm benannten Fermi-Aufgaben (Büchter et al 2007a, S. 3).

Hans Christian von Baeyer beschreibt in seinem Essay *Fermis Lösung* die charakteristische Gestalt von Fermi-Fragen:

„Beim ersten Anhören hat man nicht die leiseste Ahnung, wie die Antwort lauten könnte. Zudem ist man sich sicher, dass zuwenig Informationen angegeben sind, um überhaupt eine Lösung finden zu können. Wenn man jedoch die Frage in Unterprobleme aufspaltet, von denen jedes einzelne gelöst werden kann, ohne dass man Experten oder Fachliteratur zu Rate zieht, so ist eine Abschätzung im Kopf oder auf der Rückseite eines Briefumschlages möglich, die der exakten Lösung erstaunlich nahe kommt.“
(Von Baeyer 1994, S. 11)

Im Rahmen dieser Arbeit kann lediglich ein Überblick über den Bereich der Fermi-Aufgaben gegeben werden, da das komplexe Thema auf Grund seines Umfangs eigens Potential für eine komplette wissenschaftliche Abhandlung birgt. Büchter, Herget, Leuders und Müller haben im Februar 2007 *Die Fermi-Box* veröffentlicht, eine systematische Sammlung von Fermi-Fragen mitsamt Lehrerkommentar (Büchter et al 2007b). Zur Vertiefung ist an dieser Stelle der angegeben Lehrerkommentar aus der *Fermi-Box* zu empfehlen.

2.1 Definition

In diesem Kapitel wird der Aufgabentyp der Fermi-Aufgaben anhand von Merkmalen weitgehend umrissen, jedoch ohne Anspruch auf Vollständigkeit. Bei der Literaturrecherche zum Thema fällt auf, dass Fermi-Aufgaben bisher oft praktisch beschrieben, jedoch kaum wissenschaftlich und empirisch erforscht wurden. Daher gibt es weder eine exakte, einheitliche und wissenschaftliche Definition des Aufgabentyps noch eine klare Abgrenzung des Lerngegenstands.

Ursprünglich von einem Physiker begründet, sind die Fermi-Aufgaben in der heutigen Mathematikdidaktik als eigenständiger Aufgabentyp im Bereich des Sachrechnens etabliert (Greefrath 2010, S. 69ff). Sie werden oft als typische Vertreter der offenen Aufgaben genannt, sind jedoch keinem der klassischen Aufgabentypen nach Radatz & Schipper zuzuordnen (Brinkmann 2010, S. 25). Zumeist handelt es sich um unterbestimmte offene Aufgaben, da vielfach Angaben fehlen, die die SuS selbstständig einholen müssen (Baack 2007, S. 16f). Typisch für offene Situationen gemäß Büchter und Leuders sind weder sämtliche Informationen gegeben, noch Lösungsverfahren oder Ergebnis bekannt (Büchter et al 2005, S. 93f).

Von Baeyer widmet dem Lösungsweg in seinem obigen Zitat besondere Aufmerksamkeit und erklärt diesen als einen mehrdimensionalen Prozess, da mit Zwischenergebnissen und Lösungen von Unterproblemen in weiteren Ebenen gerechnet werden muss. Darüber hinaus sind laut Baeyer zwei weitere Merkmale charakteristisch, nämlich das Differenzierungspotential und das Fehlen einer exakt korrekten Lösung. Er spricht davon, dass man von unterschiedlichen Annahmen ausgehend „mehrere Lösungen finden kann, die allesamt im Bereich der richtigen Antworten liegen“ (Von Baeyer 1994, S. 11). Es kann demnach ein präzises Ergebnis in sehr komplexen, mehrdimensionalen Lösungsvorgängen bestimmt werden, jedoch eben *auch auf einfacheren Lösungswegen* mit weniger Dimensionen. So ist unabhängig vom Vorwissen und den mathematischen Fähigkeiten ein erfolgreiches Lösen im Bereich der richtigen Antworten möglich.

In dem bereits angesprochenen Lehrerkommentar zur Fermi-Box beschäftigen sich die Verfasser auch mit der Frage „Woran erkennt man Fermi-Aufgaben?“ und geben damit weitere Merkmale für eine mögliche Definition des besagten Aufgabentyps an. Fermi-Aufgaben laut Büchter, Herget, Leuders, Müller (Büchter et al 2007a, S. 6f):

- sind realitätsbezogen
- sind zugänglich
- fordern heraus
- sind offen
- fördern Kompetenzen
- erfordern Vergleichen und Überprüfen
- regen das Weiterfragen an
- öffnen den Blick für Mathematik in der Welt

An dieser Stelle soll lediglich auf den zentralen Begriff der offenen Aufgaben vertieft eingegangen werden: Es handelt sich nämlich um Aufgaben, bei denen ein Lösungsweg nicht vorgezeichnet und eine eindeutige Lösung nicht unbedingt erforderlich ist. Weniger das Rechnen steht im Zentrum des Lösungsprozesses, als die Schritte des Modellierungskreislaufs (Brinkmann 2010, S. 75).

Daher dürfen auch Irrwege auf dem Weg zu der Lösung beschriftet werden, die inhaltlich auf Basis einer qualitativen Argumentationskette entstehen. „Fehler bekommen einen anderen Stellenwert. Sie bilden keine Schranke, nach der es nicht mehr weiter geht [...]“ (Kittel et al 2007, S. 18).

2.2 Aufgabentypen

Auch an dieser Stelle muss daran erinnert werden, dass es keine wissenschaftliche, scharf abgegrenzte Definition der Fermi-Aufgaben gibt. In diesem Kapitel wird daher eine Einteilung in Aufgabentypen vorgenommen, indem die Aufgabenkarten der Fermi-Box nach bestimmten gemeinsamen Merkmalen gruppiert werden. Dies stellt eine beispielhafte Kategorisierung der Aufgaben dar, *eine von mehreren möglichen*. Die Kategorien überschneiden sich teilweise, besonders das Schätzen und Überschlagen von Anzahlen und Größen spielt in sämtlichen anderen Aufgabentypen eine große Rolle.

Die passenden Abbildungen der Aufgabenkarten aus der *Fermi-Box* (Büchter et al 2007b) sind den Beispielfragen zu den Aufgabentypen 1 und 2 angefügt, da sie für die Bearbeitung der jeweiligen Frage eine Rolle spielen.

1. Schätzen und Überschlagen von Anzahlen und Größen

Beispielfrage: Wie groß wäre wohl die Person, der dieser Schuh passen würde?

Charakteristisch: Der Lösungsweg basiert auf mehrdimensionalem Schätzen und Überschlagen.

(Abbildung 1: Beispielaufgaben mit Abbildung zum Schätzen und Überschlagen von Anzahlen und Größen (Büchter et al 2007b))

2. Veranschaulichung von gegebenen Anzahlen und Größen

Beispielfrage: Das Flusspferdbaby im Bild wiegt 140 kg und ist 1,20 m lang. Wie schwer ist wohl die Mutter?

Charakteristisch: Ein Größenverhältnis wird bildlich direkt veranschaulicht. Die SuS müssen dieses Verhältnis bestimmen und auf ihrem Lösungsweg verwenden.

(Abbildung 2: Beispielaufgaben mit Abbildung zum Veranschaulichung von gegebenen Anzahlen und Größen (Büchter et al 2007b))

3. Gewinnen fehlender Daten aus Annahmen und Alltagssituationen

Beispielfrage: Wie viele aufgepustete Luftballons passen in deinen Klassenraum?

Charakteristisch: Die SuS müssen Daten aus ihren Alltagserfahrungen umsetzen, um mit ihnen rechnen zu können.

4. Experimentelles Überprüfen

Beispielfrage: Wie lang ist eigentlich der Streifen Zahncreme, der in einer Tube Zahnpasta steckt?

Charakteristisch: Die Aufgabe erlaubt es, die Lösung der Fragestellung experimentell zu bestimmen.

5. Recherchieren von Daten

Beispiel: Wie lange braucht ein Fensterputzer, um das aus zwei Türmen bestehende Hochhaus der Deutschen Bank in Frankfurt zu putzen?

Charakteristisch: Wichtige Angaben, die für das Lösen der Aufgabe unentbehrlich sind, sind nicht gegeben. Diese sind jedoch von den SuS selbst recherchierbar.

2.3 Lerngegenstand

Der im Jahr 2008 erschienene Lehrplan Nordrhein-Westfalens für die Grundschule orientiert sich weitgehend an Kompetenzen, daher „wird der Blick auf die Lernergebnisse gelenkt, das Lernen auf die Bewältigung von Anforderungen ausgerichtet und als kumulativer Prozess organisiert“ (Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen 2008, S. 25). Die angesprochenen Kompetenzen sind in *prozessbezogene* und *inhaltsbezogene* unterteilt, deren Zusammenspiel als *fachbezogene Kompetenz* bezeichnet wird.

Im folgenden Kapitel wird der Lerngegenstand anhand der geförderten und geforderten Kompetenzen untersucht, um eine mögliche Rechtfertigung des Unterrichtseinsatzes von Fermi-Aufgaben durch den Lehrplan zu untersuchen.

2.3.1 Kompetenzen

Die prozessbezogenen Kompetenzen werden der Reihe nach auf Relevanz im Lösungsprozess einer Fermi-Aufgabe überprüft; die betroffenen inhaltsbezogenen Kompetenzen hängen vollständig von dem jeweiligen Gegenstand der Fermi-Aufgabe ab und können daher hier nicht verallgemeinert betrachtet werden.

1. Problemlösen

Das *Problemlösen* ist nach Lompscher in mehrere Einzelprozesse gegliedert (Lompscher 1988, S. 129), von denen einige für den Lösungsprozess einer Fermi-Aufgabe hervorgehoben werden können:

- Bewusstwerden der Problemsituation
- Problemanalyse

- Hypothesenbildung und Suche eines Lösungsweges
- Kontrolle und Bewertung der Lösung bzw. Zwischenlösungen

Konkret kann das an einer beispielhaften Lösung zu der Frage „Wie viele Luftballons passen aufgepustet in deinen Klassenraum?“ erklärt werden:

Um einen Lösungsweg zu finden, muss zuerst die Problemsituation erfasst werden. Ist die Lösung durch Ausprobieren zu finden? Kann durch direktes Vergleichen ein Verhältnis bestimmt werden?

Bezogen auf den Klassenraum und die Luftballons können im Rahmen der Problemanalyse beispielsweise das Volumen oder die Außenmaße als entscheidendes Merkmal bestimmt werden. Bereits die Idee, dass nur ein Merkmal betrachtet werden muss, ist eine enorme Leistung im Bereich der Problemanalyse.

Ist das Merkmal ausgewählt, muss die Problemfrage hinsichtlich des gewählten Merkmals präzisiert werden, beispielsweise bezüglich der Außenmaße: *Wie viele rechteckige Kisten passen in den Klassenraum, wobei ein Luftballon exakt in eine Kiste passt?* Die vermeintlich passende Kiste wird hierbei gemäß den eingprägten Ausmaßen eines Luftballons gewählt oder, wenn möglich, experimentell bestimmt.

Im Rahmen der anschließenden Hypothesenbildung könnte beispielsweise bestimmt werden, wie viele Kisten an einer Wand *aufeinander* und *nebeneinander* passen. Durch das Bestimmen in der dritten Dimension, wie viele Kisten *hintereinander* passen, kann so ein beispielhafter Lösungsweg entstehen.

Basierend auf den Alltagserfahrungen der Kinder findet eine stetig Kontrolle der Zwischenlösungen und Lösungen statt, nicht nur durch die Diskussion in der Gruppe, sondern eventuell auch durch den Vergleich mit eingprägten Ausmaßen bekannter Mengen von aufgepusteten Luftballons.

Hans Christian von Baeyer definiert die Fermi-Aufgaben in seinem Zitat aus Kapitel 2 *Fermi-Aufgaben* durch die „Notwendigkeit der Heuristischen Prinzipien im Lösungsprozess“ und genauer des Zerlegungsprinzips für die erfolgreiche Bestimmung einer Lösung. Heuristische Strategien stellen einen weiteren Kernbereich des Problemlösens dar (Büchter et al 2005, S. 36f). Generell verhält es sich mit den Heuristischen Strategien jedoch wie mit den inhaltlichen Kompetenzen: Die Verwendbarkeit und der Fähigkeitszuwachs hängen von dem Gegenstand der jeweiligen Fermi-Fragen ab.

Bezogen auf das vorstehende Beispiel findet die Heuristische Strategie der Zerlegung unter anderem dann Verwendung, wenn im ersten Schritt eine Wand mit Kisten vollgestellt wird und im zweiten bestimmt wird, wie viele von derartigen „Kistenwänden“ im Klassenraum hintereinander passen. Die bis dahin eventuell nicht bekannte Volumenberechnung wird auf diese Art in zwei einfachere Rechnungen zerlegt.

Fermi-Aufgaben tragen also auf vielfältige Art und Weise zum Aufbau von Kompetenzen im Bereich des Problemlösens bei (Büchter et al 2007a, S. 5). Dieser Beitrag zur Kompetenzentwicklung gewinnt noch an Wert für die SuS, wenn der Alltagsbezug der Aufgaben betrachtet wird: Gegenstand von Fermi-Aufgaben sind stets Probleme, die an solche erinnern, mit denen sich auch Nicht-Physiker Tag für Tag herumschlagen (Von Baeyer 1994, S. 11).

2. Modellieren

Durch den direkten Bezug zur Realität besteht ein Zwang zum Nachdenken über die Interpretationen von Rechenwegen, Zwischenlösungen und Lösungen sowie deren Überprüfung. Damit fördern Fermi-Fragen von Anfang an Kompetenzen im Bereich des Modellierens (Büchter et al 2007a, S. 6). Da mathematische Modellierungsprozesse in einem mehrdimensionalen Lösungsprozess meist sogar mehrfach durchlaufen werden müssen, wird die Fähigkeit zur Modellbildung in außergewöhnlicher Weise gestärkt.

3. Argumentieren

Modellieren bedeutet besonders bei Fermi-Aufgaben, die im Team gelöst werden *Kommunizieren, Argumentieren* und *Reflektieren* (Borromeo Ferri 2007, S. 9). Die Begründung und Rechtfertigung des eigenen Modellierungsprozesses spielt dabei eine große Rolle. So wird das Nachdenken über die Interpretationen von Rechenwegen, Zwischenlösungen wie Lösungen in der Gruppenarbeit um die Rechtfertigung und das Begründen von Rechenwegen vor dem Team erweitert. Es entsteht oftmals eine kontroverse, fachliche Diskussion (Peter-Koop 1999, S. 15). Die Rechtfertigung und das Begründen fördern in der Diskussion wie Präsentation die Konstruktion von *zum Lösungsprozess passenden* Argumentationsketten.

4. Darstellen / Kommunizieren

Vorrangig im Gruppengespräch entwickelte Lösungswege für Fermi-Aufgaben müssen letztendlich dargestellt und verständlich gemacht werden. Hierbei werden die Kompetenzen des Darstellens und Kommunizierens in besonderer Weise trainiert. Oftmals gilt es nämlich, die Ergebnisse vor der restlichen Klasse oder sonstigen Gruppen vorzustellen und die Lösungswege dabei verständlich zu erklären (Büchter et al 2007a, S. 10).

Erwähnt werden muss abschließend jedoch noch die starke Verwurzelung der Fermi-Aufgaben im Inhaltsbereich *Größen*. Vielfach sind Größen der Gegenstand der Aufgaben und das Messen ein möglicher Zwischenschritt im Lösungsprozess. Obwohl bereits im Kapitel *Aufgabentypen* angesprochen, muss an dieser Stellen noch mal darauf hingewiesen werden, dass das Schätzen und Überschlagen von Anzahlen und Größen auch wichtiger Gegenstand von fast jedem anderen Fermi-Aufgabentyp ist. So entsteht eine Schätzeinstellung, die die sonst vorherrschende Genauigkeit der Mathematik in einem realistischen Licht erscheinen lässt (Franke 2003, S. 254f).

2.3.2 Zwischenfazit

Angesichts der Ergebnisse von Studien wie TIMSS und PISA ist vermehrt die Forderung von Fachverbänden nach einer Veränderung des Mathematikunterrichts in Deutschland zu vernehmen. Es wird eine erweiterte Förderung des mathematischen Denkens gefordert, einerseits durch Stärkung der Fähigkeit zur Begriffs- und Modellbildung, andererseits zur Entwicklung leistungsfähiger Lösungsstrategien für konkrete Probleme (Herget et al, S. 14).

Wie wertvoll Fermi-Aufgaben besonders hinsichtlich dieser angesprochenen Forderungen sein können, wurde zuvor plausibel erläutert. Darüber hinaus muss resümiert werden, dass ihr Einsatz durch den starken Bezug zu den prozessbezogenen Kompetenzen gemäß dem Lehrplan (Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen 2008, S. 57) auch mindestens zu rechtfertigen, wenn nicht sogar zu empfehlen ist.

Diese Einschätzung berücksichtigt allerdings mögliche Kritikpunkte wie beispielsweise den hohen Zeitaufwand im Unterrichtseinsatz nicht und kann daher

nur Anlass sein, die empirische Erschließung der Chancen und Möglichkeiten von Fermi-Aufgaben zu forcieren.

3. Selbstwirksamkeit

Anfangen mit der feierlichen Einschulung hat jeder erwachsene deutsche Bundesbürger in seinem Leben mindestens neun Jahre die Schule besucht. Im Laufe seiner Schulzeit hat er sich im Wechselspiel von Anforderung, Leistung und Bewertung im Schulsystem eingeordnet, seine schulische Laufbahn damit bestimmt. Am Ende dieser Schullaufbahn steht zumeist ein Abschluss und, damit einhergehend, eine Qualifikation für die weitere Ausbildung.

Bereits an dieser Stelle hat sich *häufig unbemerkt und unbeabsichtigt* etwas Wichtiges vollzogen: Der Schüler hat sich eine Ausgangssituation für sein weiteres Leben geschaffen, die ihn von seinen Alterskameraden unterscheidet. Einige der SuS, die gemeinsam die Einschulung feierten, haben vor dem Abitur ihre Schullaufbahn beendet und sind somit benachteiligt bezüglich der Qualifikationen für die weitere Ausbildung.

So geht es ein Leben lang weiter: Im Berufsleben setzen sich fortwährend Menschen gegeneinander im Wechselspiel von Anforderung, Leistung und Bewertung durch. Manche haben mehr Erfolg als andere und leben vermeintlich in größerem Wohlstand; oftmals wird in diesem Zusammenhang von Gewinnern der Gesellschaft gesprochen (Neckel 2006, S. 353ff).

Wie aber sind derartige Gewinner zu erklären, wo doch im deutschen Grundgesetz die Gleichberechtigung zur Schaffung gleicher Voraussetzungen manifestiert ist und der Staat zumindest massiv darum bemüht ist, allen Bundesbürgern die gleichen Voraussetzungen auf ihrer Laufbahn bis zum Arbeitsalltag zu bieten (Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen 2003)?

Die Antwort auf diese Frage hat sicher viele Ebenen und ist auf unzählige Ursachen zurückzuführen, wovon jedoch ein großer Teil im Bereich der Persönlichkeit zu vermuten ist. Das dritte Kapitel dieser Arbeit beschäftigt sich mit einem entscheidenden Faktor der Persönlichkeit für den Erfolg: *Der Selbstwirksamkeit*.

„Ist man sich sicher, eine Handlung erfolgreich ausführen zu können, erhöht dies die Wahrscheinlichkeit, auch tatsächlich Erfolg zu haben. Dies trifft sogar dann zu, wenn der optimistische Glaube an den Erfolg nicht unbedingt mit den tatsächlichen Fähigkeiten übereinstimmt.“ (Boegli et al 2007, S. 3).

3.1 Begriffsdefinition

Bereits 1977 formulierte der Psychologe Albert Bandura die Theorie der Self-efficacy (englisch für Selbstwirksamkeit) als kognitiver Quelle der Motivation, die zwischen einer Person und ihrem Handeln steht (Bandura 1977, S. 191ff). Seitdem wurde der Begriff konsequent weiterentwickelt und der Einfluss der Selbstwirksamkeit auf viele Facetten des Lebens empirisch untersucht und belegt (Ruholl 2007, S. 1). Bei den Begriffen der Selbstwirksamkeit bzw. der Selbstwirksamkeitserwartung handelt es sich um ein nicht sicht- und greifbares Konstrukt (Fuchs 2005, S. 17), das Bandura selbst später im Hinblick auf spezifische Problemsituationen weitergehend deutet, genauer gesagt als Überzeugung, gewünschtes Verhalten auch angesichts von Barrieren ausführen zu können (Weber et al 2005, S. 528).

Die Zerlegung des Wortes in seine Bestandteile *selber* (von selbst) und *wirken* (von Wirksamkeit) führt zu einer möglichen laienhaften Deutung des Begriffs als „Fähigkeit eines Menschen, aus eigenem Antrieb heraus aktiv tätig zu sein und damit etwas zu bewirken“ (Fuchs 2005, S. 17). Diese Deutung weist jedoch eine große Diskrepanz bereits zur Definition von Bandura aus dem Jahr 1977 auf und macht deutlich, dass eine Klärung des in dieser Arbeit angelegten Begriffsverständnisses vonnöten ist.

Der auf dem Gebiet der pädagogisch-psychologischen Motivationsforschung tätige Professor Ralf Schwarzer hat sich mit einer Skala zur Messung der Selbstwirksamkeit einen Namen gemacht. Sein Begriffsverständnis ist es, das dieser Arbeit zugrunde liegt: „Selbstwirksamkeitserwartung ist die subjektive Gewissheit, neue oder schwierige Anforderungssituationen aufgrund eigener Kompetenz bewältigen zu können.“ (Schwarzer 2002a, S. 521)

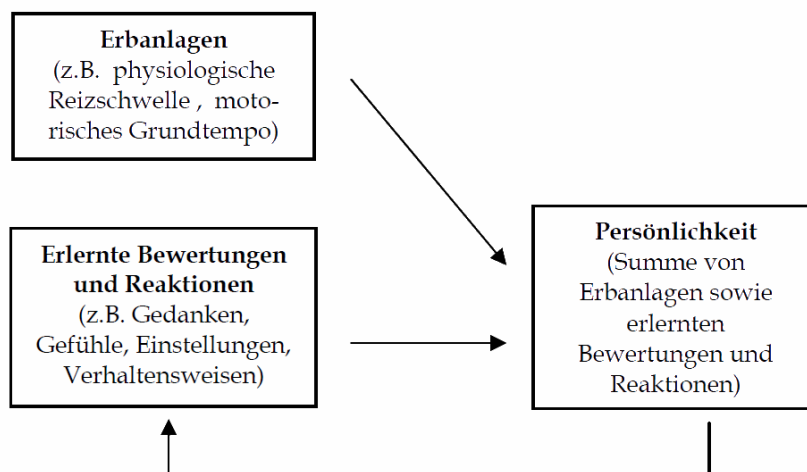
Diese Gewissheit muss als individuelle und unterschiedlich ausgeprägte Überzeugung verstanden werden, die ihrerseits Auswirkungen auf Wahrnehmung, Gedanken, Gefühle und Motivation hat und im direkten Zusammenhang zu erbrachten Leistungen steht (Boegli et al 2007, S. 3). Im weiteren Verlauf der Arbeit wird die Abkürzung SWE stellvertretend für den Begriff der Selbstwirksamkeitserwartung verwendet, der oftmals in der Fachliteratur synonym mit Selbstwirksamkeit, Leistungseffizienz-Erwartung, Kompetenzvertrauen und anderen Verwendung findet (Ruholl 2007, S. 6).

3.2 Einordnung

In diesem Kapitel wird der Einfluss der Selbstwirksamkeitserwartung auf die subjektive Wahrnehmung der Persönlichkeit erläutert sowie auch eine Einordnung in die Motivationspsychologie im Allgemeinen vorgenommen. Ziel dieser Herangehensweise ist es, die Bedeutung der SWE als Bereich innerhalb der Motivationspsychologie vor allem für fachfremde Leserinnen und Leser konkret vorstellbar zu machen.

„Persönlichkeit ist also kein einheitliches, greifbares Gebilde, sondern ein komplexes Konstrukt, das verschiedene Aspekte beinhaltet. Die Art und Weise, wie wir die Welt um uns herum wahrnehmen, empfinden und interpretieren, und wie wir in alltäglichen und besonderen Situationen handeln, sagt uns und anderen etwas darüber, wer wir sind. Im Alltag betrachten wir Wahrnehmungen, Gedanken, Gefühle und Handlungen jedoch selten getrennt voneinander. Vielmehr fassen wir bestimmte Kombinationen dieser Aspekte, die ein Mensch typischerweise an den Tag legt, zu Persönlichkeitseigenschaften zusammen.“ (Backhaus 2004, S.2)

Die in der Einleitung dieses Kapitels vorgenommene Bestimmung der Selbstwirksamkeitserwartung als Faktor der Persönlichkeit hat angesichts des voranstehenden Zitats eine große Tragweite: Wenn die SWE nämlich eine Wirkung auf einen Großteil unserer Persönlichkeitseigenschaften hat, beeinflusst sie anscheinend auch massiv die Persönlichkeit als Ganzes, die wir selbst und andere von uns wahrnehmen.



(Abbildung 3: Einflussfaktoren der Persönlichkeit (Backhaus 2004, S. 2))

In Form eines Kreislaufs beeinflusst die Persönlichkeit *ihrerseits* gemäß Abbildung 3 wiederum unsere Gedanken, Gefühle, Einstellungen und Verhaltensweisen

(Schwarzer 1992, S. 53). Der Vollständigkeit halber seien hier auch die Erbanlagen als weiterer großer Einflussfaktor erwähnt, wobei der Versuch einer Gewichtung des Einflusses der Psychologie als Forschungsgegenstand überlassen bleiben soll.

Aus wissenschaftlich-psychologischer Sicht ist die SWE eng verbunden mit dem mentalen Modell des Selbstkonzepts. Das Selbstkonzept einer Person beschreibt ihr erdachtes Bild von den eigenen Eigenschaften und Fähigkeiten auf vier Ebenen, der akademischen, der sozialen, der emotionalen und körperlichen. Besagtes erdachtes Bild umfasst sowohl selbstbeschreibende als auch selbstwertende Anteile (Hock o. J., S. 3 ff). Durchgängig ist beim Selbstkonzept von Selbstwert und Selbstwahrnehmung die Rede, die durch Erfahrungen mit der Umwelt gebildet und durch Verstärkung und Beurteilung durch Andere stark beeinflusst werden (Boegli et al 2007, S. 3). Das Selbstkonzept betrachtet also auch Faktoren der Selbstwirksamkeit, ist jedoch nicht speziell auf Erwartungen gerichtet und auch nicht aussagekräftig bezüglich spezifischer Problemstellungen (Hock o. J., S. 23).

Die SWE beeinflusst die Persönlichkeit auf unterschiedlichen Ebenen, die noch zwischen einer allgemeinen Grundeinstellung und einem konkreten Problem liegen können. Wenn ein Mensch grundsätzlich eine optimistische Einschätzung seiner allgemeinen Lebensbewältigungskompetenz hat, wird diese Eigenschaft als *allgemeine SWE* bezeichnet. In dem Moment, wo er jedoch vor einem konkreten Problem steht, wird von *situationsspezifischer SWE* gesprochen. Dazwischen gibt es jedoch noch weitere bereichsspezifische Konzepte, beispielsweise eine *schulbezogene SWE* (Schwarzer 2002b, S. 39). Diese schulbezogene SWE wird beispielsweise im Laufe einer Schullaufbahn von Beginn an entwickelt und nimmt wiederum Einfluss auf den Verlauf und die Dauer der schulischen Karriere.

3.3 Selbstwirksamkeit und Leistung

Der Zusammenhang zwischen den Persönlichkeitsfaktoren und dem persönlichen Erfolg wird von Dieter Schmid ausführlich beschrieben (Schmid 2000, S. 14). Die zu Beginn dieses Kapitels vorgenommene Begriffsdefinition der Selbstwirksamkeitserwartung beinhaltet, dass bereits die Gewissheit, etwas bewältigen zu können, auch tatsächlich Auswirkungen auf Gedanken, Motivation und somit auch auf das konkrete Handeln eines Menschen nimmt. Dieses konkrete Handeln kann als Leistung verstanden werden, die im engen Zusammenhang zum

Erfolg steht. Diese Auslegung wird in der Literatur zum Thema teilweise noch deutlich zugespitzt: Der entscheidende Erfolgsfaktor für menschliches Handeln hat nach Carina Fuchs beispielsweise sogar weniger mit Intelligenz, Wissen oder Können zu tun, als vielmehr mit der persönlichen Überzeugung, aus eigener Kraft etwas bewirken zu können (Fuchs 2005, S. 11).

Es muss berücksichtigt werden, dass es im Zusammenspiel von Persönlichkeitsfaktoren, konkret der SWE, mit dem persönlichen Erfolg zwei Wirkungsrichtungen gibt: Die *positive* Beeinflussung der eigenen Leistung genau wie die *negative*. Selbstwirksamkeit ist positiv verbunden mit Selbstwertgefühl, Optimismus, internaler Kontrolle und Neugier. Negative Zusammenhänge konnten mit Pessimismus, Ängstlichkeit, Schüchternheit, Depressivität und Einsamkeit festgestellt werden (Schwarzer 2000, S. 190). So gibt es einen Teufelskreis, der vereinfacht aus Misserfolg, dem Bezug des Versagens auf mangelnde persönliche Kompetenz, der Selbstunwirksamkeitserfahrung und letztendlich schlechter Leistung und Angst besteht (Müller 1999). Er beeinflusst die SWE in negativem Sinne und endet bei Erwachsenen im Allgemeinen und Lehrern im Besonderen oftmals in Burnout-Problematiken. Daneben gibt es auch einen so genannten Engelskreis, der genau diese Spirale im positiven Sinn beschreibt: Erfolg, gutes Feedback, Rückführung auf eigene Kompetenzen und letztendlich gute Leistung (Käufer et al 2008, S. 15).

Selbstwirksamkeitserwartungen sind also Überzeugungsmuster, die hilfreich oder schädlich sein können für Befinden und Leistungsfähigkeit. Sie sind mental so dominant, dass sie in der Regel subjektiv als die einzig mögliche Art zu denken erlebt werden. Hier gilt: Positives verstärkt Positives, Negatives verstärkt Negatives (Käufer et al 2008, S. 16).

3.4 Entstehung von Selbstwirksamkeit

Wenn die Selbstwirksamkeitserwartung als wichtiger Einflussfaktor für Erfolg identifiziert wird, muss bezogen auf das Eingangsbeispiel einer Schullaufbahn besonders von angehenden und bereits unterrichtenden Lehrerinnen und Lehrern die Frage nach der möglichen positiven Beeinflussung der SWE gestellt werden. Grundsätzlich sind es vier Quellen, aus denen in den verschiedenen Lebensbereichen Selbstwirksamkeit entstehen kann (Boegli et al 2007, S. 4f). Eine

Quelle ist an dieser Stelle als *konkretes Moment* zu verstehen, anhand dessen ein Zuwachs an SWE erfahren werden kann. Angelehnt an *Voilà - Hintergrundinformationen zur Selbstwirksamkeit* (Boegli et al 2007) werden die vier Quellen im Folgenden in absteigender Relevanz erklärt.

1. Eigene Erfahrungen

Wichtigster Einflussfaktor auf die Entwicklung der SWE sind die eigenen Erfahrungen. Dass ein Ziel durch Anstrengung erreicht wird, bewirkt die Annahme, dass man sich auch in Zukunft für fähig halten wird, schwierige vergleichbare Aufgaben zu bewältigen. Wichtig ist die Anstrengung auf dem Lösungsweg, da sie das beeinflussende Moment darstellt. Das Gefühl der Selbstwirksamkeit verstärkt sich mit jedem, den eigenen Fähigkeiten zugeschriebenen Erfolg (Schlafer 2010). Besonders wirkungsvoll sind Situationen, in denen eine Aufgabe bewältigt wird, deren Lösungsweg bzw. Lösbarkeit zunächst nicht klar ist. Erst durch eigene Anstrengung wird eine eigene Lösungsstrategie ausgebildet und so das Problem gelöst. Es entsteht eine so genannte „Mastery Experience“, eine besonders einprägsame und der SWE zuträgliche Erfahrung.

2. Modelllernen

Auch durch das Beobachten von Modellpersonen, deren Handeln und deren Lösung von Problemen, können Rückschlüsse auf die eigene Kompetenz gezogen werden. So können auch stellvertretend Erfahrungen gemacht werden (Schmitz 2003). Eine große Rolle fällt dabei dem Grad der Identifikation des Beobachters mit der Zielperson zu: Nur wenn der Zielperson ähnliche Kompetenzen zugeschrieben werden, löst ein Erfolg im Handeln auch bei der beobachtenden Person das Gefühl aus, das Gleiche erreichen zu können.

3. Soziale Überzeugung

Die verbale Mitteilung oder Überredung in Form von Zuspruch und Feedback ist die dritt-wichtigste Quelle zum Aufbau von Selbstwirksamkeitserwartungen. Dieser Mechanismus funktioniert allerdings nur, wenn die von außen herangetragenen Überzeugungen auch irgendwann mit der Realität übereinstimmen.

4. Physiologische Zustände

Die körperliche Empfindung ist auf der untersten Ebene der Relevanz für die SWE-Entwicklung angesiedelt. Körperliche Erregung kann beispielsweise in Form von schnellerem, spürbarem Herzschlag (Emrich et al, o. J.) einen Hinweis darauf geben, dass eine Überforderung stattfindet, also die persönlichen Ressourcen oder Kompetenzen zur Bewältigung einer Situation eventuell nicht ausreichen.

Rückblickend muss der Bereich der Medien von den anderen wichtigen Lebensbereichen, namentlich der Familie, der Schule und den Peers, abgespalten werden. Der Begriff *Peers* bezeichnet an dieser Stelle die Menge der Personen gleichen Alters und mit vergleichbarem sozialen Hintergrund.

Innerhalb des Lebensbereichs *Medien* ist der mögliche Selbstwirksamkeitszuwachs, abhängig vom betrachteten Medium, stark eingeschränkt. Beim Medium *Fernsehen* beispielsweise ist es hauptsächlich das Modelllernen, was zur Entwicklung der persönlichen SWE beitragen kann.

Bezogen auf die anderen drei Lebensbereiche gibt es jedoch viele Möglichkeiten, die SWE durch herbeigeführte Momente aktiv zu beeinflussen. Es handelt sich dabei zwar um eine komplexe, nichtsdestotrotz aber sehr wichtige Disziplin der Motivationspsychologie.

4. Transfer

Nachdem nun sowohl der Aufgabentyp der Fermi-Aufgaben als auch die Selbstwirksamkeit getrennt von einander eingehend erläutert wurden, gilt es, einen Zusammenhang zwischen den beiden Themen herzustellen. Um das zu erreichen, wird in diesem vierten Kapitel zu Anfang betrachtet, ob das Konzept der SWE für die Mathematik überhaupt tragfähig ist bzw. welchen Stellenwert ihm zugeschrieben werden kann.

Andreas Büchter und Timo Leuders benennen das Kompetenzerleben als Motor der Lernens (Büchter et al 2005, S. 188ff); im Weiteren wird dieses Kompetenzerleben im Mathematikunterricht auf die mathematische Selbstwirksamkeit bezogen. So wird zwischen den beiden Themenbereichen eine Brücke geschlagen, die letztendlich im Kapitel 4.3 eine Betrachtung des Beitrags der Fermi-Aufgaben zur Selbstwirksamkeit ermöglicht.

4.1 Mathematische Selbstwirksamkeitserwartung

Bereits im Rahmen der Einordnung der SWE wurde davon gesprochen, dass diese auf unterschiedlichen Ebenen Einfluss auf das Handeln eines jeden Menschen nimmt. Über die Anwendbarkeit auf den Lebensbereich der Schule in Form von schulischer SWE wurde auch bereits berichtet. Darüber hinausgehend ist jedoch auch von der Anwendbarkeit des Konzeptes SWE auf die Mathematik auszugehen, seitdem zum Beispiel Helmke im Jahr 1992 sein Werk mit dem Titel *Selbstvertrauen und schulische Leistungen* veröffentlicht hat. Darin stellt er heraus, dass Noten in der Schule *vergleichbar stark* von spezifischen Selbstwirksamkeitserfahrungen und von fachlichem Können abhängen (Helmke 1992). Dass das Konzept der SWE nicht nur anwendbar, sondern auch aussagekräftig ist, lässt sich wiederum an der Verwendung in einer der meist beachteten Studien der letzten Jahre zeigen: Die *Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung*, kurz OECD, hat im Jahr 2003 turnusgemäß eine internationale Schulleistungsuntersuchung mit dem Fokus auf dem Fach Mathematik vorgenommen. Sie spricht im Rahmen ihrer so genannten PISA-Studie von der Wichtigkeit der mathematischen Selbstwirksamkeit:

„Selbstwirksamkeit ist mehr als die Selbsteinschätzung der Schülerinnen und Schüler in bestimmten Fächern, wie Mathematik. Sie bezeichnet eher jene Form des Vertrauens, das notwendig ist, um spezifische Lernaufgaben erfolgreich zu meistern. Aus diesem Grund ist die Selbstwirksamkeit nicht einfach nur ein Spiegel der Fähigkeiten und Leistungen der Schülerinnen und Schüler, sondern nachweislich ein Faktor, der die Lernaktivität verstärkt und in der Folge wiederum die Schülerleistungen verbessert.“ (Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung 2004, S. 154)

Die Studie befasste sich unter anderem mit dem Vertrauen der SuS in ihre eigenen Fähigkeiten, ihrer Kapazität zur Bewältigung schwieriger Aufgaben wie auch ihrer Mathematikangst (Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung 2004, S. 149f). Da hierfür die mathematische Selbstwirksamkeit als einer der *Kernfaktoren* untersucht wurde, scheint sie als ein solcher *Kernfaktor der mathematischen Leistung* akzeptiert und etabliert zu sein. Das Konzept der mathematischen SWE muss somit nicht nur als voll tragfähig im mathematischen Bereich bezeichnet werden, sondern scheint darüber hinaus sogar *sehr wichtig* für mathematische Lernaktivität zu sein.

„Bei der Überlegung, was Mathematik für den Einzelnen bedeuten könnte, muss einerseits berücksichtigt werden, inwieweit der Betreffende über mathematisches Wissen und Verständnis verfügt und andererseits inwieweit er in der Lage ist, seine Mathematikkompetenzen zu aktivieren, um Probleme zu lösen, denen er im Leben begegnet.“ (Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung 2004, S. 42)

Dieses Zitat aus der besagten Veröffentlichung zur PISA-Studie schlägt eine Brücke zwischen Mathematik und Selbstwirksamkeit, da es eine wichtige und nötige Unterscheidung hervorhebt: Mathematisches Wissen und Verständnis werden bedeutungslos, falls die Mathematikkompetenz nicht aktiviert werden kann.

Das Werk *Mathematikaufgaben selbst entwickeln* (Büchter et al 2005) beschäftigt sich hingegen mit der Frage nach „guten Mathematikaufgaben“ und widmet sich im Zuge dessen auch der Bedeutung der Mathematik. Büchter und Leuders betrachten darin zuerst die Anforderungen Lernen und Leisten *getrennt von einander*, resümieren letztendlich aber auch:

„Dass Lernen, also der Aufbau von Kompetenzen, Voraussetzung für Leisten ist, versteht sich von selbst. Umgekehrt ist das Leisten *das* Ziel des Lernens, die erworbenen Kompetenzen sollen schließlich in unterschiedlichsten Situationen verfügbar sein und angewendet werden.“ (Büchter et al 2005, S. 187)

An dieser Stelle findet eine Überschneidung von einem Standpunkt aus der Mathematikdidaktik und dem aus der allgemeinen Motivationspsychologie statt. Beide Zitate zielen auf die Kernaussage ab, die im Rahmen dieser Arbeit bisher behutsam entwickelt wurde: *Die Fähigkeit zum tatsächlichen Einsatz von mathematischen Kompetenzen hängt von dem Level der mathematischen Selbstwirksamkeitserwartung ab.*

4.2 Kompetenzen in der Mathematik erleben

Wenn mathematische Kompetenzen um den Aspekt der mathematischen SWE erweitert betrachtet werden, können diese zugleich als *Voraussetzung für* Lernen und als *Ergebnis von* Lernen verstanden werden (Büchter et al 2005, S. 188). In diesem Sinne ist es auch von besonderer Wichtigkeit, Kompetenzen im Rahmen des Mathematikunterrichts erfahr- und erlebbar zu machen. Da die *eigenen Erfahrungen* die wichtigste Quelle der *allgemeinen Selbstwirksamkeit* darstellen, muss analog dazu das *Kompetenzerleben* die wichtigste Quelle der *mathematischen Selbstwirksamkeit* sein. Anders ausgedrückt: Der individuell erlebte

Erfolg im Mathematikunterricht basiert auf der nötigen Motivation, die das Umsetzen von mathematischem Wissen und Verständnis in wirksam einsetzbare Kompetenzen erst ermöglicht.

Um im Unterricht dieser Anforderung gerecht werden zu können, bedarf es konkreter Maßnahmen, um Kompetenzen und Erfolg erlebbar zu machen. Es folgt eine Auflistung, begonnen mit konkreten Hinweisen nach Büchter und Leuders (Büchter et al 2005, S. 189ff). Sie sind als Kriterien zu verstehen, denen bei der Auswahl und Entwicklung von Aufgaben für den Mathematikunterricht auch Aufmerksamkeit gewidmet werden muss.

- Damit starke *und* schwache SuS Erfolge erzielen können, müssen Aufgaben ein hohes Differenzierungsvermögen haben.
- Es sind die Aufgaben besonders geeignet, bei denen die SuS sich bereits bei der Auswahl der Anforderungen als Akteure erleben.
- Ergebnis- oder produktorientierte Aufgaben bieten mehr Gelegenheiten für Erfolgserlebnisse. Das Erleben der Kompetenzen wird nämlich verstärkt, wenn die Möglichkeit zum Erstellen eines individuellen Produktes gegeben ist.

Auch Schwarzer / Jerusalem (Schwarzer et al 2002b, S. 45ff) geben konkrete Tipps zur Stärkung der Selbstwirksamkeit, die umsetzbar auf den Bereich der Mathematik sind:

- Nahziele sind wichtig, denn sie liefern direkte Anreize im Hinblick auf erstrebenswerte Ziele, die durch persönlichen Einsatz direkt erreichbar sind und somit schnell Erfolgserlebnisse bieten. Das Erreichen von Teilzielen kann Hinweise auf das eigene Können geben und so die Kompetenzüberzeugung wachsen lassen.
- Bewältigungsstrategien zu fördern erhöht langfristig die Wahrscheinlichkeit von Erfolgserlebnissen. Lernziele sollten daher in Hinblick auf Zuwachs an Lernstrategien und Problemlösetechniken gewählt werden, anstatt ein Lernniveau vorauszusetzen.

4.3 Beitrag der Fermi-Aufgaben zur Selbstwirksamkeit

Nach Betrachtung des Kapitels *Fermi-Aufgaben* fallen jetzt erstaunlich viele Parallelen zwischen den Maßnahmen zur Steigerung des Kompetenzerlebens und den Quellen der SWE auf der einen Seite, andererseits dem Lerngegenstand und der Natur von Fermi-Aufgaben auf. Im Sinne einer systematischen Betrachtung werden im Folgenden die Fermi-Aufgaben zuerst auf die ersten beiden Quellen der SWE aus dem Kapitel *Entstehung von Selbstwirksamkeit* bezogen, danach auf die Hinweise aus dem Kapitel *Kompetenzen in der Mathematik erleben*.

Allen voran ist die wichtigste Quelle der SWE *Eigene Erfahrungen* mit dem Lerngegenstand des Problemlösens in direkte Verbindung zu bringen. Wenn Problemlösen stattfindet, wird durch planvolles, aktives Überwinden einer Hürde eine Lösung gefunden und so jeweils ein kleines Erfolgserlebnissen generiert. Das Durchlaufen eines mehrdimensionalen Lösungsweges ist essenzieller Bestandteil der Fermi-Aufgaben und führt so mehrfach zu Erfolgen, die den eigenen Fähigkeiten zugeschrieben werden können. Tatsächlich handelt es sich bei Fermi-Aufgaben sogar oft um „Mastery Experiences“ (Boegli et al 2007, S. 4), da die SuS oft anfangs weder die Lösbarkeit der Aufgabe überblicken können, noch einen Lösungsweg präsentiert bekommen.

Die zweitwichtigste Quelle der SWE ist das Modelllernen, das abhängig von der Arbeitsform in unterschiedlicher Ausprägung stattfinden kann. Die dafür relevanten Momente sind der des gemeinsamen Lösens einer Fermi-Aufgabe in einer Gruppe und der des Präsentierens bzw. Diskutierens eines Lösungswegs vor einer Gruppe. Wenn die mathematischen Kompetenzen des Argumentierens sowie Darstellens im Rahmen der Lösung von Fermi-Aufgaben angewendet werden, dann wird vom Erklärenden wie vom Zuhörer ein Nachdenken, Interpretieren und Begründen von Rechenwegen, Zwischenlösungen und Lösungen gefordert. Der Zuhörer kann die Denkwege nachvollziehen, so vom Erklärenden lernen und stellvertretende Erfahrungen machen. Die Grundvoraussetzungen dafür sollten auch erfüllt sein, da der Grad an Identifikation des Zuhörers mit dem Erklärenden in Form eines gleichaltrigen Klassenkameraden recht groß sein sollte.

Abgesehen davon, dass Fermi-Aufgaben der mathematischen Selbstwirksamkeit im Sinne der wichtigsten beiden Quellen in hohem Maße zuträglich ist, werden in dem Lösungsprozess der Aufgaben von Natur aus die Hinweise zum Erlebbarmachen von mathematischen Kompetenzen berücksichtigt bzw. ihre Forderungen bedient.

So verfügt die Fermi-Aufgabe in höchstem Maße über Differenzierungsvermögen, da die Komplexität sowie die Genauigkeit der Lösungswege vor dem Bearbeiten selbst gewählt werden und innerhalb des Lösungsprozesses variiert werden können. Somit ist auch sicher gestellt, dass die SuS sich bereits bei der Wahl der an sie gestellten Anforderungen als Akteure erleben, da sie selbst *bewusst* abwägen und entscheiden müssen, welche Komplexität und welchen Lösungsweg sie sich zutrauen. Jede Lösung wird als eigenständig erreichtes, individuelles Produkt erlebt, da alle Endergebnisse sich weitgehend unterscheiden und oftmals nicht einmal die gewählten Lösungswege zu einer Aufgabe sich gleichen. So kann von einer Produktorientiertheit gesprochen werden, vor allem, da die angesprochenen Lösungsebenen viele Zwischenlösungen finden lassen. Diese sind auch als Nahziele zu verstehen, die eventuell erst im Laufe des Lösungsprozesses das Selbstvertrauen in eine Komplettlösung der Gesamtaufgabe erzeugen können.

Fermi-Aufgaben genügen auch der Anforderung, Bewältigungsstrategien zu fördern: Sie regen innerhalb der einzelnen Lösungsschritte zum Nutzen von Bewältigungsstrategien an, vermitteln aber darüber hinaus bereits durch ihren Charakter der Mehrdimensionalität die Heuristische Strategie des Zerlegens gemäß des Zerlegungsprinzips.

Nachdem schon zuvor herausgestellt wurde, dass Fermi-Aufgaben den Anforderungen des Lehrplans Mathematik mehr als genügen, wird nun ein weiterer nicht unerheblicher Grund für ihren Einsatz geliefert: Sie können auf zwei Ebenen eine Quelle für Selbstwirksamkeit sein und darüber hinaus die wichtige Kompetenzerfahrung in der Mathematik in höchstem Maße fördern.

Es ergibt sich noch eine weitere Rechtfertigung des Einsatzes von Fermi-Aufgaben bezüglich der Kompetenzorientierung des Lehrplans NRW aus dem Jahr 2008 (Vgl. Kapitel 2.3 *Lerngegenstand*): Es werden nicht nur einige mathematische Kompetenzen *direkt* gefördert (Vgl. Kapitel 2.3.1 *Kompetenzen*), sondern sämtliche mathematische Kompetenzen darüber hinaus *auf indirekte Art*. Da Fermi-Aufgaben die mathematische Selbstwirksamkeit positiv beeinflussen, fördert der Einsatz dieser Aufgaben indirekt die Leistungsfähigkeit im Bereich der Mathematik *im Speziellen wie im Allgemeinen*.

5. Fazit

In der Einleitung der vorliegenden Arbeit berichte ich bereits von meiner persönlichen Einschätzung, dass die Selbstwirksamkeit ein zentraler Begriff im Fach Mathematik sein müsse. Erst im Rahmen der Erstellung ist mir klar geworden, dass diese Einschätzung abgesehen von wenigen positiv hervorzuhebenden Beispielen kaum Gegenstand der derzeitigen Forschung innerhalb der Mathematikdidaktik ist. Besonders aus der Perspektive eines Studenten des Grundschullehramts finde ich es erschreckend, wie wenig Verknüpfung zwischen den Bereichen der Motivationspsychologie und den Fächern stattfindet. Nach meiner Einschätzung werden viele meiner Mitstudenten den Begriff der Selbstwirksamkeit im Rahmen ihres Studiums entweder gar nicht kennen lernen oder ihn zumindest nie auf den späteren Beruf zu beziehen lernen.

Hinsichtlich des Beitrags der Fermi-Aufgaben für die Selbstwirksamkeit ergibt sich eine ähnliche Forderung: Ohne die Wichtigkeit der Selbstwirksamkeit für die SuS in der Mathematik hervorzuheben, bleibt auch ein Teil des großen Potentials von Fermi-Aufgaben unberücksichtigt.

Um die vermehrte Verwendung der Fermi-Aufgaben überhaupt fordern zu können, müssen zunächst weitere Aspekte zuerst wissenschaftlich und empirisch gesichert werden:

- Entsprechen eventuell erreichte Lerneffekte auch den tatsächlich prognostizierten, ist die Zielstellung also überhaupt valide?
- Wie effektiv sind Fermi-Aufgaben?
- Ab welcher Klassenstufe ist ihr produktiver Einsatz möglich, ab welcher sinnvoll?
- Wie hoch ist das Risiko einer eventuellen Überforderung der SuS, und wie wirkt sich diese aus?

Die vorliegende Arbeit vermag höchstens einen Überblick zu geben und zur Diskussion anzuregen. Darüber hinaus soll sie zur weiteren empirischen Forschung in den Themenbereichen der Fermi-Aufgaben sowie der mathematischen Selbstwirksamkeit auffordern. Bisher gibt es keine Datenbasis, auf Grund derer man die vorstehenden Fragen beantworten könnte. Viele Aussagen dieser Arbeit basieren auf einer intensiven Literaturrecherche, müssten jedoch zur Beurteilung ihrer Überprüfbarkeit auch Gegenstand einer empirischen Analyse sein.

6. Literaturverzeichnis

Baack, Wibke (2007): Mathematisches Modellieren - dargestellt an realitätsbezogenen Aufgabenstellungen im Mathematikunterricht einer 5. Klasse. Norderstedt: GRIN Verlag.

Backhaus, Kerstin (2004): Persönlichkeit als Forschungsgegenstand der Psychologie. Eine Einführung in das Big Five - Persönlichkeitsmodell. Online im Internet:
URL: <https://www.psyreon.de/content/e480/Publikationen/persoenlichkeit.pdf> (Stand 17.07.2010)

Bandura, Albert (1977): Self-efficacy: Toward a unifying theory of behavioral change. In: Psychological Review 84. Online im Internet:
URL: <http://www.kk.org/quantifiedself/Bandura%20%281977%29%20Self-Efficacy.pdf> (Stand 17.07.2010)

Boegli, Sandra; Baumberger, Petra (2007): Voilà. Hintergrundinformationen zur Selbstwirksamkeit. Online im Internet:
URL: http://www.Voilà.ch/files/Dossier_Selbstwirksamkeit.pdf (Stand 17.07.2010)

Borromeo Ferri, Rita (2007): Mathematisches Modellieren einführen und unterrichten - Anregungen zur Umsetzung. Online im Internet:
URL: <http://wwwmath.uni-muenster.de/didaktik/veranstaltungen/istron/borromeo.pdf> (Stand 17.07.2010)

Brinkmann, Astrid (2010): Didaktik des Sachrechnens. 3. Aufgabentypen beim Sachrechnen. Online im Internet:
URL: <http://www.envipro.de/Ausbildung/Didaktik%20Sachrechnen/sr3.pdf> (Stand 17.07.2010)

Büchter, Andreas; Leuders, Timo (2005): Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Berlin: Cornelsen Verlag Scriptor GmbH & Co. KG.

Büchter, Andreas; Herget, Wilfried; Leuders, Timo; Müller, Jan-Hendrik (2007a): Die Fermi-Box. Lehrercommentar. Berlin: Verlag für pädagogische Medien.

Büchter, Andreas; Herget, Wilfried; Leuders, Timo; Müller, Jan-Hendrik (2007b): Die Fermi-Box. Berlin: Verlag für pädagogische Medien.

Emrich, Bettina; Hassenstein, Tilman; Müller, Martin; Pietschmann, Manfred; Raabe, Kristin; Winkler, Tanja (o.J.): Quarks Script. Das Herz. Online im Internet:
URL: <http://www.wdr.de/tv/quarks/global/pdf/herz.pdf> (Stand 17.07.2010)

Franke, Marianne (2003): Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule. Heidelberg und Berlin: Spektrum Akademischer Verlag.

Fuchs, Carina (2005): Selbstwirksam Lernen im schulischen Kontext. Kennzeichen – Bedingungen – Umsetzungsbeispiele. Bad Heilbrunn: Verlag Julius Klinkhardt.

Greefrath, Gilbert (2010): Didaktik des Sachrechnens in der Sekundarstufe. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.

Helmke, Andreas (1992): Selbstvertrauen und schulische Leistungen. Göttingen: Hogrefe.

Herget, Wilfried; Klika, Manfred (2003): Fotos und Fragen. Messen, Schätzen, Überlegen - viele Wege, viele Ideen, viele Antworten. In: Mathematik lehren 119.

Hock, Michael (o.J.): Pädagogische Psychologie. Selbstkonzept und Selbstwirklichkeit. Online im Internet:
URL: <http://www.staff.uni-mainz.de/hock/paed/selbstkonzept.pdf> (Stand 17.07.2010)

Käufer, Kathrin (o.J.): Selbstwirksamkeit und Burn-Out in Waldorfschulen: Ein Werkstattbericht. Online im Internet:
URL: <http://www.adz-netzwerk.de/files/docs/Selbstwirksamkeit-Burn-Out.pdf> (Stand 17.07.2010)

Kittel, Andreas; Marxer, Michael (2005): Wie viele Menschen passen auf ein Fußballfeld? Mit Fermiaufgaben individuell fördern. In: Mathematik Lehren 131.

Lompscher, Joachim (1988): Persönlichkeitsentwicklung in der Lerntätigkeit. Berlin: Luchterhand Verlag.

Ministerium für Schule, Jugend und Kinder des Landes Nordrhein-Westfalen (2003): Gleichberechtigung am Arbeitsplatz Schule und Studienseminar. Frechen: Ritterbach Verlag.

Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen (2008): Richtlinien und Lehrpläne für die Grundschule in Nordrhein-Westfalen. Frechen: Ritterbach Verlag.

Müller, Ekkehard (1999): Ängste als Zeichen überfordernder Leistungs- und Entwicklungserwartungen. Online im Internet:

URL: <http://lehrerfortbildung-bw.de/akaprojekte/archiv2005/symposium/ws6/index.html>

(Stand 17.07.2010)

Neckel, Sighard (2006): Gewinner –Verlierer. In: Stephan Lessenich; Frank Nullmeier (2006): Deutschland - eine gesplante Gesellschaft. Frankfurt, New York: Campus Verlag.

Organisation für wirtschaftliche Zusammenarbeit und Entwicklung (2004): Lernen für die Welt von morgen. Erste Ergebnisse von PISA 2003. Online im Internet:

URL: <http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/18/10/34022484.pdf> (Stand 17.07.2010)

Peter-Koop, Andrea (1999): „Das sind so ungefähr 30 000“. Schätzen und Überschlagsrechnen „aus der Sache heraus“. In: Grundschulzeitschrift 125.

Ruholl, Sabine (2007): Selbstwirksamkeit als Indikator für psychische Störungen. Status und Verlauf. Online im Internet:

URL: http://darwin.bth.rwth-aachen.de/opus3/volltexte/2008/2243/pdf/Ruholl_Sabine.pdf

(Stand 17.07.2010)

Schlafer, Miriam (2010): "Ich schaffe das". Online im Internet:

URL: <http://blog.psychotherapie-schlafer.de/?cat=1> (Stand: 17.07.2010)

Schmid, Dieter (2000): Zusammenhang von Persönlichkeit, Führungsverhalten und Erfolg von Fitnesscenter-Managern. Online im Internet:

URL: <http://webdoc.sub.gwdg.de/diss/2000/schmid/dissertation.pdf> (Stand 17.07.2010)

Schmitz, Gerdamarie S. (2003): Allgemeine Selbstwirksamkeit. Online im Internet:

[http://userpage.fu-](http://userpage.fu-berlin.de/~gesund/skalen/Allgemeine_Selbstwirksamkeit/allgemeine_selbstwirksamkeit.htm)

[berlin.de/~gesund/skalen/Allgemeine_Selbstwirksamkeit/allgemeine_selbstwirksamkeit.htm](http://userpage.fu-berlin.de/~gesund/skalen/Allgemeine_Selbstwirksamkeit/allgemeine_selbstwirksamkeit.htm)

(Stand 17.07.2010)

Schwarzer, Ralf (1992): Psychologie des Gesundheitsverhaltens. Göttingen: Hogrefe.

Schwarzer, Ralf (2000): Angst, Stress und Handlungsregulation. Stuttgart: Kohlhammer.

Schwarzer, Ralf (2002a): Selbstwirksamkeitserwartungen. In: Schwarzer, Ralf; Jerusalem, Matthias; Weber, Hannelore (2002): Gesundheitspsychologie von A-Z. Göttingen: Hogrefe.

Schwarzer, Ralf; Jerusalem, Matthias (2002b): Das Konzept der Selbstwirksamkeit. In: Zeitschrift für Pädagogik 44. Beiheft.

Von Baeyer, Hans C. (1997): Essay: Fermis Lösung. In: Tipler, Paul A.: Physik. Heidelberg-Berlin-Oxford: Spektrum Akademischer Verlag.

Weber, Hannelore (2005): Handbuch der Persönlichkeitspsychologie und Differentiellen Psychologie. Göttingen: Hogrefe.

7. Versicherung

Ich versichere an Eides statt, dass ich die vorstehende Arbeit eigenständig und ohne fremde Hilfe angefertigt und mich anderer als der in der Arbeit angegebenen Hilfsmittel nicht bedient habe. Alle Stellen, die sinngemäß oder wörtlich aus Veröffentlichungen übernommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht.

Name, Vorname:

Matrikelnummer:

Ort / Datum:

Unterschrift: